



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

**X edycja szkolnego konkursu  
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”  
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki  
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

rok szkolny 2022/23

**I etap**

1. Oblicz wartość ułamka:

$$\frac{423134 \cdot 846267 - 423133}{423133 \cdot 846267 + 423134}$$

2. Wyznacz wszystkie liczby całkowite spełniające równanie:

$$xy - y^2 = x$$

3. Długości boków pewnego trójkąta są kolejnymi liczbami naturalnymi większymi od 2. Wysokość opuszczona na średni co do długości bok dzieli go na dwa odcinki  $x$  i  $y$ . Oblicz  $|x - y|$ .

4. Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y, z$  spełniona jest

$$\text{nierówność } (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 \geq \frac{4}{3}(x+y+z)^2$$

5. Wykaż, że długość dwusiecznej  $d_c$  kąta ACB w trójkącie równoramiennym ABC ( $|AC| = |BC|$ ) wyraża się wzorem  $d_c = \sqrt{p(p-c)}$  gdzie  $2p$  oznacza obwód trójkąta ABC oraz  $|AB| = c$ .