



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

**X edycja szkolnego konkursu
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

rok szkolny 2022/23

IV etap

1. Do dwóch okręgów o różnych promieniach, stycznych zewnętrznie w punkcie A, poprowadzono wspólną styczną BC, gdzie B i C są punktami styczności danych okręgów z poprowadzoną prostą. Oblicz miarę kąta BAC.
2. Sprawdź, czy wartość wielomianu $W(x) = \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{4}x^3 + \frac{11}{24}x^2 + \frac{1}{4}x$ jest liczbą całkowitą, dla każdej liczby całkowitej x.
3. Dowieść, że dla każdego n naturalnego liczba $l_n = n^2 - n + 9$ nie dzieli się przez 49.
4. Pole S trójkąta spełnia warunek $S = a^2 - (b - c)^2$, gdzie a, b, c są długościami boków tego trójkąta. Oblicz $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, wiedząc, że α jest miarą kąta wewnętrznego trójkąta leżącego naprzeciw boku o długości a.
5. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $\sqrt{|x-4|-1} = 3 - \sqrt{3m}$ ma dwa rozwiązania dodatnie.