



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

**XI edycja szkolnego konkursu  
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”  
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki  
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

*rok szkolny 2023/24*

**IV etap**

1. Wykaż, że jeżeli równość  $a^n + b^n + c^n = 0$  zachodzi dla  $n=1$  i  $n=3$ , to zachodzi dla każdej liczby naturalnej nieparzystej  $n$ .

2. Rozwiąż układ równań 
$$\begin{cases} (x+y)(x+y+z) = 72 \\ (y+z)(x+y+z) = 120 \\ (z+x)(x+y+z) = 96 \end{cases}$$

3. W rombie ABCD kąt przy wierzchołku A ma miarę  $60^\circ$ . Okrąg przechodzący przez środek rombu i styczny do prostej AD w punkcie A przecina bok BC w punkcie E. Wyznacz  $\frac{|EC|}{|BE|}$ .

4. Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = x^2 + 2x$ .  
Rozwiąż nierówność  $f[f(x)] - [f(x)]^2 \leq 6x$ .

5. Dany jest trójkąt równoboczny ABC. Punkt D leży na boku BC.  
Wyznacz cotangens kąta DAB, wiedząc, że stosunek pola trójkąta ADB do pola trójkąta ADC jest równy  $1 : 2$ .