



UNIWERSYTET  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

**II edycja szkolnego konkursu  
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”  
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki  
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

*rok szkolny 2014/15*

**I etap**

**Zadanie 1.**

Więzień prosi o ułaskawienie. Strażnik daje mu nadzieję na wolność: przynosi dwa dzbany oraz 12 białych i 12 czarnych kulek. Więzień musi odpowiednio rozmieścić kulki w dzbanach. Strażnik wybiera losowo jeden dzban, a następnie wyciąga z niego jedną kulkę. Jeśli kulka będzie biała, więzień zostanie wypuszczony na wolność. W jaki sposób więzień powinien rozmieścić kulki w dzbanach, aby mieć jak największe szanse na oswobodzenie?

**Zadanie 2.**

Pewne miasto dysponuje piękną salą koncertową o zmiennym ustawieniu. Można ją przygotować na trzy różne sposoby. W każdym z nich krzesła ustawione są w prostokąt (rzędy liczą tyle samo miejsc). Odejmując z początkowego ustawienia wszystkie krzesła z pierwszego rzędu, można zwiększyć o 4 liczbę krzesel w każdym pozostałym rzędzie, utrzymując jednocześnie taką samą całkowitą liczbę krzesel na sali. Można również zdecydować się na dostawienie do początkowego ustawienia 4 rzędów krzesel, również nie zmieniając całkowitej liczby miejsc na sali, jednak w tym przypadku liczba krzesel w rzędzie zmieni się o 11 sztuk. Jaka jest całkowita liczba miejsc na sali?

**Zadanie 3.**

Biedronka spaceruje w trójkącie równobocznym ABC o boku 12 cm. Wychodząc z punktu D na boku BC, kieruje się w stronę boku AC, obierając najkrótszą możliwą drogę i dociera do punktu E. Stąd kieruje się w stronę boku AB i idąc jak najkrótszą drogą dociera do tego boku w punkcie F. W ten sam sposób kieruje się w stronę boku BC i dociera do punktu G. Gdzie umieścić punkt wyjścia na boku BC, aby punkty G i D pokryły się?

**Zadanie 4.**

Uzasadnij, że liczba  $2^{2015}$  w zapisie dziesiętnym ma co najmniej 605 cyfr.

**Zadanie 5.**

Rozwiąż równanie  $\sqrt{x^2 - 2^{51}x + 2^{100}} - \sqrt{x^2 + 2^{101}x + 4^{100}} = 2^{50}$ .

Termin oddania 10.11.2014.