



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

**VI edycja szkolnego konkursu  
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”  
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki  
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

*rok szkolny 2018/19*

**II etap**

1. Wewnątrz równoległoboku ABCD znajduje się taki punkt P, że  $|PC| = |BC|$ .  
Udowodnij, że prosta BP jest prostopadła do prostej łączącej środki odcinków AP i CD.
2. Liczby pierwsze a, b, c są większe od 3. Udowodnij, że liczba  $(a-b)(b-c)(c-a)$  jest podzielna przez 48.
3. Przez punkt K należący do wnętrza trójkąta ABC poprowadzono proste równoległe do boków tego trójkąta. Proste te podzieliły trójkąt ABC na sześć figur, z których trzy są trójkątami o polach  $S_1, S_2, S_3$ . Oblicz pole S trójkąta ABC.

4. Rozwiąż układ równań 
$$\begin{cases} \frac{xyz}{x+y} = 2 \\ \frac{xyz}{y+z} = 1,2 \\ \frac{xyz}{z+x} = 1,5 \end{cases}$$

5. Dla jakich wartości parametru m iloczyn liczb rzeczywistych  $x, y$  spełniających układ równań 
$$\begin{cases} x+y = 2m-1 \\ x^2+y^2 = m^2+2m-3 \end{cases}$$
 przyjmuje wartość najmniejszą?

Termin oddania 30.11.2018