



UNIWERSYTET
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

**VII edycja szkolnego konkursu
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

rok szkolny 2019/20

III etap

1. Wyznaczyć długości boków trójkątów prostokątnych, których obwód jest równy polu trójkąta.
2. Rozwiązać równanie $[\operatorname{tg} x] = 2 \cos^2 x$.
3. Wykaż, że liczba $3^{1974} + 5^{1974}$ jest podzielna przez 13.
4. Na bokach AB, BC, CD i DA kwadratu ABCD wybrano odpowiednio punkty K, L, M i N. Wykazać, że $|KL| + |LM| + |MN| + |NK| \geq 2 \cdot |AC|$.
5. Funkcja $f: R \rightarrow R$ spełnia warunek $f(x-a) + f(x) + f(x+a) = 0$ dla dowolnej liczby rzeczywistej $a \neq 0$. Uzasadnij, że f jest funkcją okresową.