



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

**II edycja szkolnego konkursu
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

rok szkolny 2014/15

III etap

Zadanie 1.

Danych jest piętnaście liczb naturalnych. Udowodnij, że można wybrać z nich takich osiem liczb, których suma jest podzielna przez 8.

Zadanie 2.

Wiedząc, że $\frac{x}{x^2+2x+1} = \frac{1}{7}$, wyznacz wartość wyrażenia $\frac{x^4}{x^8+2x^4+1}$.

Zadanie 3.

Przez dany punkt wewnątrz kąta poprowadź prostą w taki sposób, aby punkt ten dzielił na połowy odcinek, którego końce są punktami przecięcia tej prostej z ramionami kąta.

Zadanie 4.

Na Wyspie Logicznej mieszkają dwa plemiona: Takowie i Nekowie. Wiadomo, że każdy Tak zawsze mówi prawdę, każdy Nek zawsze kłamie.

Filek i Gutek są Takami.

Amek oznajmił, że Betek twierdzi, że Celek stawia na to, że Dulek mówi, iż Enek zapewnia, że Filek zaprzecza, że Gutek jest Takim.

Celek twierdzi, że Dulek jest Nekiem.

Jeśli Amek jest Nekiem, to ilu wszystkich Neków jest w tej grupie obywateli Wyspy Logicznej?

Zadanie 5.

Królowna Probabilia ma w swojej szkatułce n naszyjników i p pierścionków – wszystkie w jednakowych pudełeczkach. Każdego wieczoru królowna losuje ze szkatułki jedno pudełeczko z biżuterią, a następnie kilkakrotnie rzuca monetą: jeśli wylosuje naszyjnik, to rzuca monetą cztery razy, jeśli pierścionek, to trzy razy. Ilość uzyskanych orłów decyduje o tym, na ile lekcji pójdzie królowna następnego dnia (jeśli wypadną same reszki, to królowna wcale nie idzie do szkoły).

Ile co najmniej naszyjników jest w szkatułce królowny Probabilii, jeśli wiadomo, że prawdopodobieństwo tego, że weźmie ona udział dokładnie trzech lekcjach jest równe $\frac{19}{80}$?

Termin oddania 9.01.2015.